

УДК 621.77:669.14-41

DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2026.3.2/03>**Рудасьов В.Б.**<https://orcid.org/0000-0002-2763-3372>Відокремлений структурний підрозділ  
«Дніпровський фаховий коледж інженерії та педагогіки  
Українського державного університету науки і технологій»**Головіна О.В.**<https://orcid.org/0000-0002-9858-888X>

Філія Класичного приватного університету у місті Кременчук

**Якубовський О.М.**<https://orcid.org/0009-0003-9135-4153>Відокремлений структурний підрозділ  
«Дніпровський фаховий коледж інженерії та педагогіки  
Українського державного університету науки і технологій»**НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ПРИ ШТАМПУВАННІ  
ТОНКОЛИСТОВИХ СТАЛЕЙ ДЛЯ ДЕТАЛЕЙ АВТОМОБІЛІВ  
І ЙОГО ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК З ВЛАСТИВОСТЯМИ МАТЕРІАЛУ**

*У статті представлена модель процесу листового штампування-витягу тонколистової сталі, яка використовується для виготовлення деталей автомобіля. Розглянута модель дозволяє дослідити напружено-деформований стан при штампуванні тонколистової сталі, його взаємозв'язок із властивостями матеріалу та розрахувати зусилля і граничний витяг при заданих властивостях металу і характеристик тертя.*

*Дослідження охоплює низьколеговані сталі підвищеної міцності та сталь 08Ю. Проведено порівняння властивостей до та після деформації. Основна увага приділена визначенню зон деформації у циліндричному елементі: зона пластичної деформації, зона вигину, зона пружної деформації та зона руйнування. Для кожної зони встановлено характер напружень та їх вплив на загальне зусилля витягу.*

*Модель враховує нормальні та тангенціальні напруги у фланці, тертя у фланці та на закругленні матриці, згин заготівлі, а також зміцнення металу під час деформації. Використано гіпотези пластичності, зокрема теорію максимальних дотичних напруг та енергетичну гіпотезу, що дозволяє адекватно описати перехід металу у пластичний стан.*

*Для оцінки штампування тонколистової сталі використовувався коефіцієнт граничної деформації, який, розраховувався аналітично та пройшов перевірку експериментально, показавши надійність моделі, близьку відповідність реальному процесу штампування і експресність. Досліджені і проведені порівняльні властивості низьколегованих сталей підвищеної міцності до і після деформації. Проведено статистичну обробку кількості вимірювань діаметра фланця ( $D_f$ ) після проведення випробувань на штампування.*

*Дослідження демонструє вплив властивостей матеріалу, конструкції інструменту, зусилля притиску та умов тертя на здатність матеріалу до витяжки, що в свою чергу має значення для оптимізації технології штампування автомобільних деталей із сталей підвищеної міцності.*

**Ключові слова:** напружено-деформований стан, властивості металу, зусилля, граничний витяг, коефіцієнт граничної деформації.

**Постановка проблеми.** Підвищення штампуємості, у тому числі і сталей підвищеної міцності (СПМ), є проблемою, що охоплює металургійне і листопрокатне виробництво, роботів пресових цехів і конструкторських бюро автомобільних заводів. При оцінці штампування виникають

труднощі, пов'язані зі встановленням локальних порушень, що роблять вирішальний вплив на течію процесу. Важливого значення при цьому набувають як експериментальні, так і теоретичні методи дослідження. Поставлена проблема обґрунтовує вибір міри складності деталей, для

виготовлення яких придатні сталі різних класів; обґрунтовує розширення номенклатури деталей із СПМ і заходь, що підвищують штампування.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Сьогодні питаннями застосування сталей високої міцності під час виготовлення транспортних засобів займаються багато вчених. Дослідники в роботах схиляються до висновку, що основною сучасною тенденцією в автомобілебудуванні є зниження ваги при збереженні високої безпеки. У автомобілебудуванні це завдання вирішується шляхом застосування низьколегованих сталей підвищеної міцності [1, с.17], міцнісні характеристики яких у півтора рази вище застосовуваних в даний час для холодного листового штампування, маловуглецевих сталей типу 08. Оцінка штампування листової сталі за показниками, передбаченими діючими стандартами, не відображає фактичного штампування. Розширення застосування сталей підвищеної міцності для деталей автомобілів, що штамнуються, вимагає знаходження з існуючих ефективних експресних методів оцінки їх штампування, потрібна так само і об'єктивна оцінка властивостей цих сталей у порівнянні з застосовуваними.

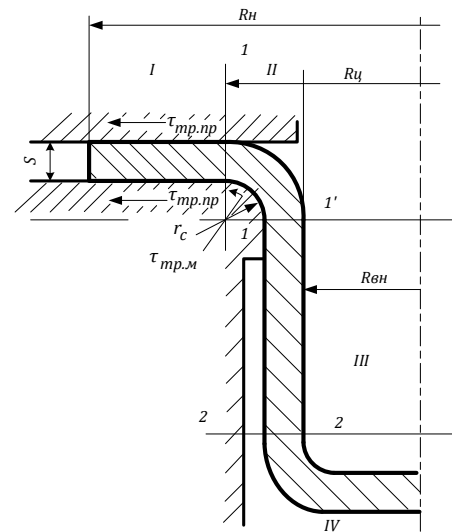
**Постановка завдання.** Провести повний аналіз напружено-деформованого стану випробовуваної заготовки з метою визначитися з усіма чинниками, що впливають на операції штампування-витягу.

**Виклад основного матеріалу.** Процес листового штампування-витягу в основному відбиває закономірності витягу переважної більшості реальних деталей і в теж годину легко піддається математичному опису і прогнозуванню. Найбільш прийнятний метод спільного рішення рівнянь рівноваги і пластичності з урахуванням основних чинників деформації. Проте вибір граничних умов і форми при витягу СПМ в результаті інших початкових посилок відрізнятиметься від описаного в літературі [2...4]. Такий підхід дозволяє врахувати нові чинники і більш повно відбити фізичну суть процесу штампування-витягу, встановити характер і міру впливу врахованих властивостей матеріалу на технологічні параметри і граничні можливості процесу.

Загальне зусилля витягу можна розкласти на ряд складових, визначуваних наступними чинниками:

- тертям у фланці;
- тертям на закругленні матриці;
- деформацією фланця;
- вигином заготовки на вході і виході з матриці.

Розглядаючи простий випадок витягу циліндричного стаканчика, рис. 1, можна розділити весь об'єм, що деформується, на зони.



**Рис. 1. Схема розподілу зон деформацій і напруги у стаканчика при витягу:**  
**I – зона пластичної деформації; II – зона пластичного вигину; III – зона пружної деформації; IV – зона руйнування**

Зона I є зоною пластичної деформації за схемою стискування-розтягування, зона II – зоною вигину, зона III – зоною пружної деформації і зона IV – у кінці процесу може статися руйнування зразка (заготовки, деталі).

У зоні I. Від кромки заготовки до перерізу 1-1, тобто в зоні притиску – напруга розтягування в радіальному ( $\sigma_r$ ) і стискування в тангенціальному ( $\sigma_\theta$ ) напрямках. Спільна дія цієї напруги забезпечує втягування фланця в отвір матриці. У цій же зоні діє також напруга, викликана тертям між заготовлею, притиском і матрицею на плоскій її частині ( $\sigma_{тр,ф}$ ) [5, с.11].

У зоні II. На закругленні (згині) матриці діє напруга, викликана тертям заготовки на закругленні матриці ( $\sigma_{тр,м}$ ) [6, с.10] і напруга вигину ( $\sigma_{виг}$ ).

У зоні III. У циліндричній частині стаканчика по перерізу 1'-1' має місце лінійний напружений стан. Причому напруга розтягування свідомо менше напруги плинності, якщо не відбувається руйнування.

У зоні IV. Дно стаканчика знаходиться в плоско-напруженому стані (розтягування), а оскільки напруга, що створюється торцем пуансона, незначна, то їм можна нехтувати (дно стаканчика схильне до плоского напруженого стану).

в 1...3% і стоншування в 2...5%) [3 с. 210; 8, с. 35; 9, с. 20].

Загальна напруга в стінці стаканчика визначається напругою, діючою в зонах I і II. Назвемо його загальною напругою втягування заготівлі в матрицю [5, с.10; 6, с.11]:

$$\sigma_{\text{заг}} = \sigma_p + \sigma_{\text{изг}} + \sigma_{\text{тр.ф}} + \sigma_{\text{тр.м}}, \quad (1)$$

де  $\sigma_p$  – нормальна розтягуюча напруга, діюча в радіальному напрямі фланця, затиснутого між притиском і матрицею, МПа;

$\sigma_{\text{виг}}$  – напруга вигину на матриці на вході і виході, МПа;

$\sigma_{\text{тр.ф}}$  – напруга тертя у фланці, МПа;

$\sigma_{\text{тр.м}}$  – напруга тертя на закругленні матриці, МПа.

Кожну складову загальної напруги ( $\sigma_{\text{заг}}$  встановимо аналітичним шляхом, приймаючи певні допущення. Напруги, які пов'язані з умовами тертя, що виникають у фланці ( $\sigma_{\text{тр.ф}}$ ) і на закругленні матриці ( $\sigma_{\text{тр.м}}$ ) були розглянуті в попередніх роботах [5, 6].

Під дією пуансона заготівля втягується в матрицю, що викликає появу у фланці розтягуючої напруги  $\sigma_p$ , діючої в радіальному напрямі. Одночасно виникає стискуюча напруга  $\sigma_\theta$ , діюча в тангенціальному напрямі. Нехтуючи дією нормальної і дотичної напруги на поверхні фланця при визначенні  $\sigma_p$  і  $\sigma_\theta$ , вважаємо, що схема напруженого стану у фланці буде плоскою різномірною. Товщину заготівлі рахуємо незмінній і рівній початковій товщині  $s$ . Для знаходження поля напруги у фланці вирішуємо спільно рівняння рівноваги і пластичності [2, 3, 8, 9].

З урахуванням осової симетрії деформації, рівняння рівноваги для заготівлі постійної товщини в зоні I запишеться у вигляді [8, с. 28; 9, с. 18]:

$$\rho \frac{d\sigma_p}{d\rho} + \sigma_p - \sigma_\theta = 0. \quad (2)$$

У усіх рівняннях рівноваги для плоского напруженого стану при листовому штампуванні є дві невідомі напруги  $\sigma_p$  і  $\sigma_\theta$ . Для знаходження їх необхідно мати друге рівняння, яке доповнюється умовою пластичності:

$$\sigma_p - \sigma_\theta = \beta \sigma_s \quad (3)$$

Умови пластичності встановлюють співвідношення між напругою, при якій метал переходить з пружного стану в пластичний, тому ці умови називають також і граничним станом тіла. З наявних теорій (гіпотез) за визначенням умов пластичності найбільше поширення в листовому штампуванні отримали теорії максимальної дотичної напруги і енергетична.

Згідно першої теорії пластичний стан тіла настає і підтримується тоді, якщо одна з різниць двох головних нормальних напруги  $\sigma_1$  і  $\sigma_2$  дорівнює напрузі плинності  $\sigma_s$  незалежно від значень двох інших різниць головної напруги, має вигляд

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_s, \quad (4)$$

де  $\sigma_1, \sigma_3$  – головні нормальні напруги;

$\sigma_s$  – напруга плинності металу.

Щодо полярних координат

$$\sigma_p - \sigma_\theta = \sigma_s, \quad (5)$$

Ця умова пластичності застосовується тільки для плоского напруженого стану, тому що в ньому не враховується вплив середнього за величиною напруги.

Друга теорія (енергетична) – умова сталості питомої енергії зміни форми. Згідно з цією теорією (гіпотези) передбачається, що для переходу металу в пластичний стан необхідно накопичити в одиниці обсягу речовини деяку постійну кількість потенційної енергії незалежно від схеми напруженого стану. Ця умова пластичності у загальному випадку для об'ємної схеми напруженого стану буде

$$\sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_s, \quad (6)$$

де  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – головні нормальні напруги.

Підставивши у формулу (6) замість  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  напруги  $\sigma_p, \sigma_\theta, \sigma_\theta$ , отримаємо умову пластичності у полярних координатах. Рівняння (6) також показує, що при пластичному стані інтенсивність напруг  $\sigma_1$  дорівнює напрузі плинності  $\sigma_s$ . Цією умовою враховується і вплив середньої головної напруги  $\sigma_2$ , яка знаходиться в межах  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  чи  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$ . У цьому слід враховувати як їхню абсолютну величину, а й знаки напруг, т. е. розглядати алгебраїчну величину напруг.

При  $\sigma_1 = \sigma_2$  або  $\sigma_3 = \sigma_2$  рівняння (6) набуває вигляду рівняння (4). Отже, у цих випадках рівняння пластичності з теорії найбільших дотичних напруг збігається з умовою пластичності з енергетичної теорії, тобто є його окремим випадком.

При середньому значенні  $\sigma_1 = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$  рівняння (6) набуває більш спрощеного вигляду

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s = \beta \sigma_s. \quad (7)$$

Стосовно полярних координат це формула (3). Тут  $\beta$  – коефіцієнт, що враховує вплив середньої головної напруги  $\sigma_2$  (або  $\sigma_\theta$ ) і коливається в межах від  $\beta = 1$ , коли дві напруги рівні між собою, до  $\beta = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,15$  – при плоскій деформації.

Напруга плинності металу входить у розрахункові рівняння. Практичне його визначення ста-

новить значні труднощі. Однак у межах помилки вимірювання звичайних випробувальних машин  $\sigma_s$  може бути прийнятий рівною умовній межі плинності  $\sigma_{0,2}$ . Тому далі в розрахунках замість фізичної межі плинності при розтягуванні може використовуватися експериментальне значення умовної межі плинності.

Як говорилося вище для знаходження поля напруги у фланці необхідно вирішити спільно рівняння пластичності (3) та рівняння рівноваги (2).

Розтягуючі напруги  $\sigma_p$ , викликані тиском пуансона у краю заготовки, дорівнюють нулю; у міру віддалення від краю заготовки до центру матриці вони зростають, досягаючи найбільшої величини на вхідній кромці матриці. Стисливі напруги  $\sigma_\theta$ , навпаки, у зовнішнього краю мають найбільшу величину, а в міру віддалення від краю заготовки зменшуються.

Вирішуємо умови рівноваги.

Підставляючи (2) до (3), отримаємо

$$\rho \frac{d\sigma_p}{d\rho} + \beta\sigma_s = 0. \quad (8)$$

Розділяючи змінні  $\rho$  і  $\sigma_p$ , отримаємо

$$d\sigma_p = -\beta\sigma_s \frac{d\rho}{\rho}. \quad (9)$$

Інтегруємо рівняння (9)

$$\int d\sigma_p = \int -\beta\sigma_s \frac{d\rho}{\rho},$$

$$\sigma_p = -\beta\sigma_s \ln\rho + C. \quad (10)$$

Використовуючи для визначення постійної інтегрування граничні умови для початкового моменту витяжки (на вільній кромці заготовки  $\rho = R_H$ , напругу  $\sigma_p = 0$ ), отримаємо:

$$0 = -\beta\sigma_s \ln R_H + C,$$

$$C = \beta\sigma_s \ln R_H. \quad (11)$$

Підставляючи вираз (11) у формулу (10), отримаємо нормальні розтягуювальні напруги:

$$\sigma_p = -\beta\sigma_s \ln\rho + \beta\sigma_s \ln R_H,$$

$$\sigma_p = \beta\sigma_s \ln \frac{R_H}{\rho}.$$

У перерізі 1-1:

$$\sigma_p = \beta\sigma_s \ln \frac{R_H}{R_H}. \quad (12)$$

Тангенціальні стискаючі напруги отримаємо, підставивши в рівняння пластичності (3) значення  $\sigma_p$ :

$$\sigma_\theta = \beta\sigma_s \left( \ln \frac{R_H}{A} - 1 \right)$$

або

$$\sigma_\theta = 1,1\sigma_s \left( \ln \frac{R_H}{R_H} - 1 \right). \quad (13)$$

Характер розподілу напруги  $\sigma_p$  і  $\sigma_\theta$  по фланцю заготовки можна визначити, задаючись значеннями  $\rho$  в межах від  $R_{cp}$  до  $R_H$ .

При переході від фланця до вертикальної стінки склянки ( $\rho = R_{cp}$ ), нормальна розтягуюча напруга не повинна перевищувати значення межі плинності ( $\sigma_p < 1,1\sigma_s$ ). Використовуючи формулу (12), можна за заданого діаметра заготовки  $D$  і  $\sigma_p = 1,1\sigma_s$  знайти величину граничного значення ступеня витяжки без руйнування  $K_{np} = R_H / R_{cp} = D_H / D_{cp}$ . Отримаємо  $\ln(R_H / R_{cp}) = 1$ , а  $K_{np} = 2,72$ . Ця витяжка досяжна за відсутності наклепу та тертя. Майже максимальне значення  $K_{np} = 2,22 \dots 2,32$  [7, с. 650].

Втрати на тертя фланця заготовки про матрицю і притиск, тертя на згинанні заготовки на закругленні матриці представлено роботах [5, 6]. Сам вигин заготовки по матриці та зміцнення металу при деформуванні належить визначити.

Напругу від вигину заготовки на закругленні матриці  $\sigma_{виг}$  визначаємо за умовами сталості робіт зовнішніх і внутрішніх сил, витрачених на вигин матеріалу з витяжної кромки матриці. Приймаємо згинальний момент, що діє на переході від плоскої частини фланця до закругленої, що дорівнює моменту для пластичного згинання смуги без зміцнення металу і за відсутності поздовжніх сил.

Момент внутрішніх сил при згинанні прямокутної смуги шириною  $b$  дорівнює:

$$M_{зг. внутр} = \sigma_s \frac{b \cdot s^2}{4}. \quad (14)$$

де  $b$  – ширина зразка, у разі довжина кола, рівна  $2\pi R_{ц}$ , мм;

$s$  – товщина зразка, мм.

При згинанні смуги шириною  $b = 1$  при переході з перерізу 1-1 до перерізу 1'-1' (рис. 1) витрачається робота, що дорівнює добутку сили на шлях:

$$A_1 = \sigma_{зг} s R_p d\gamma. \quad (15)$$

Ця робота дорівнює згинальному моменту, помноженому на кут повороту осі  $d\gamma$ :

$$A_1 = A_2 = \sigma_s \left( \frac{b \cdot s^2}{4} \right) d\gamma. \quad (16)$$

Звідси

$$b\sigma_{зг} s R_p d\gamma = \sigma_s \left( \frac{b \cdot s^2}{4} \right) d\gamma,$$

$$\sigma_{зг} = \sigma_s \left( \frac{b \cdot s}{4 \cdot R_A} \right). \quad (17)$$

Розгин перетину вимагатиме того ж додаткового зусилля, тоді:

$$\sigma_{зг} = \sigma_s \left( \frac{s}{4 \cdot R_A} \right) = \sigma_s \left( \frac{s}{2 \cdot r_m + s} \right). \quad (18)$$

Підсумовуючи відповідно до рівняння (1) отримані значення (12) –

$$\sigma_p = \beta \sigma_s \ln \frac{R_n}{R_u}, \quad (18) - \sigma_{зг} = \sigma_s \left( \frac{s}{2 \cdot r_m + s} \right), \quad (10) [5] -$$

$$\sigma_{тр.ф} = \frac{f_{тр} \cdot Q_{пр}}{A \cdot (R_u + r_m) \cdot s}, \quad (9) [6] - \sigma_{тр.м} = \ddot{A}_{тр.м} \frac{\dot{A} \cdot r_m}{2 \cdot s}$$

отримаємо

$$\sigma_{зг} = \beta \sigma_s \ln \frac{R_n}{R_u} + \sigma_s \left( \frac{s}{2 \cdot r_m + s} \right) + \frac{f_{тр} \cdot Q_{пр}}{\pi \cdot (R_u + r_m) \cdot s} + \tau_{тр.м} \frac{\pi \cdot r_m}{2 \cdot s}. \quad (19)$$

Очевидно, що умови руйнування відповідатимуть виразу

$$\sigma_{зг} \geq \sigma_b. \quad (20)$$

Якщо підставити (20) на (19) і перетворити, отримаємо

$$\ln \frac{R_n}{R_u} \geq \frac{\sigma_b}{\beta \sigma_s} - \frac{s}{\beta (2 \cdot r_m + s)} - \frac{f_{тр} \cdot Q_{пр}}{\beta \sigma_s \pi \cdot (R_u + r_m) \cdot s} - \tau_{тр.м} \frac{\pi \cdot r_m}{\beta \sigma_s \cdot 2 \cdot s}, \quad (22)$$

де  $R_n$  – зовнішній радіус переміщеного залишкового фланця;

$R_u$  – умовний радіус отвору матриці;

$\sigma_b$  – тимчасовий опір розриву;

$\sigma_s$  – фізична межа плинності, поточне значення;

$\beta$  – коефіцієнт Лоде, що враховує вплив нормальних напруг  $\sigma_n$  і дорівнює 1,00...1,15;

$Q_{пр}$  – зусилля притиску;

$f_{тр}$  – коефіцієнт тертя;

$r_m$  – радіус закруглення кромки матриці;

$s$  – товщина заготовлі;

$\tau_{тр.м}$  – напруга тертя на закругленні матриці.

З отриманого рівняння (22) випливає, що на граничну деформацію при глибокій витяжці впливають:

– властивості матеріалу заготовлі, що характеризуються в рівнянні напругою плинності  $\sigma_s$  та тимчасовим опором  $\sigma_b$ ;

– конструкція штампової оснастки, яка врахована радіусом матриці інструменту  $r_m$ ;

– умови тертя, які враховані коефіцієнтом тертя –  $f_{тр}$ , викликане силою притиску  $Q_{пр}$  між заготовлею, притиском і площиною матриці та напругою тертя на згині матриці –  $\tau_{тр.м}$ ;

– товщина матеріалу заготовки  $s$ .

Таким чином, на здатність матеріалу до витяжки впливають властивості матеріалу, геометрія інструменту, зусилля притиску, а також сумарний вплив умов тертя, що виникають у різних режимах. Штампування моделі – циліндричного стаканчика, до моменту розриву є основним

для комплексного методу оцінки як властивостей металу, так і складної дії умов тертя.

Вище наведено розрахунок зусилля штампування-витяжки без урахування зміцнення металу у процесі деформації. Для обліку, спрощуючи завдання, приймемо зміцнення у фланці та на радіусі матриці однаковими. Приймемо значення фізичної межі плинності  $\sigma_s$  у будь-який момент деформації як функцію від величини деформації  $\epsilon$  та вихідного значення межі плинності  $\sigma_{пл0}$ .

Лінійна апроксимація кривої зміцнення (23), що дозволяє у ряді випадків отримувати досить прості рішення, водночас найменш точна. Найбільші розбіжності між дійсною кривою зміцнення та її лінійною При аналізі операцій листового штампування найбільш поширені такі апроксимуючі криві зміцнення функції [3, с. 80; 7, с. 300; 8, с. 60]:

лінійна апроксимація виду:

$$\sigma_s = \sigma_{пл0} + \Pi \epsilon, \quad (23)$$

статечна апроксимація першого виду:

$$\sigma_s = A(\epsilon)^n, \quad (24)$$

статечна апроксимація другого виду:

$$\sigma_s = \sigma_{пл0} + A(\epsilon)^n. \quad (25)$$

апроксимацією мають місце при невеликих деформаціях, що відповідають рівномірному деформуванню в умовах лінійного розтягування.

Статечна апроксимація першого виду (24) значно точніше відповідає реальним кривим зміцнення. Проте та обставина, що вона фіксує наявності межі плинності (фізичного чи умовного), призводить до неточності розрахункових значень напруги плинності при малих пластичних деформаціях поблизу деформацій, відповідних межі плинності. Якщо лінійна апроксимація кривої зміцнення в області малих пластичних деформацій дає завищення значення напруги плинності, то статечна апроксимація першого виду в тій же області дає зменшення порівняно з дійсними значеннями напруги плинності.

Досліджувані низьколеговані СПМ, що застосовуються для штампування деталей автомобілів, а також сталь 08Ю практично не мають «майданчика» плинності, тому як вихідне рівняння, що описує зміцнення, приймаємо апроксимацію другого виду (25) [8, с. 62]. Фактичні значення коефіцієнтів для досліджуваних сталей брали в функції деформації, виражені у відсотках обтискання. Приймаємо деформацію [11, с.120; 12, с. 250]:

$$\epsilon = \frac{R_{вих} - R_u}{R_{вих}} 100.$$

Формулу (25) можна подати у вигляді:

$$\sigma_s = \sigma_{пл0} + A \left( \frac{R_{вих} - R_{н}}{R_{вих}} 100 \right)^{n1}. \quad (26)$$

Процес витяжки при прийнятій методиці випробування йде завжди до розриву  $R_{вих} \geq R_{н} \geq R_{розр}$ , тому з формули (26) отримуємо:

$$\sigma_s = \sigma_{пл0} \left[ 1 + \frac{A}{\sigma_{пл0}} \left( \frac{R_{вих} - R_{розр}}{R_{вих}} 100 \right)^{n1} \right]. \quad (27)$$

Положа  $\frac{A}{\sigma_{пл0}} = a$  і  $D_{розр} = D_{\phi}$ , формулу (27) можна подати у вигляді:

$$\sigma_s = \sigma_{пл0} \left[ 1 + a \left( \frac{D_{вих} - D_{\phi}}{D_{вих}} 100 \right)^{n1} \right]. \quad (28)$$

Формулу (19) з урахуванням виразу (28) і за умови, що напруга, що розтягує в момент, коли радіус фланця дорівнює  $R_{н}$ , має місце напруга в стінці стаканчика, можна записати в наступному вигляді

$$\begin{aligned} \sigma_{заг} &= \beta \ln \frac{R_{н}}{R_{ц}} \sigma_{пл0} \left[ 1 + a \left( \frac{D_{вих} - D_{\phi}}{D_{вих}} 100 \right)^{n1} \right] + \\ &+ \sigma_{пл0} \left[ 1 + a \left( \frac{D_{вих} - D_{\phi}}{D_{вих}} 100 \right)^{n1} \right] \left( \frac{s}{2 \cdot r_{м} + s} \right) + \frac{f_{тр} \cdot Q_{пр}}{\pi \cdot (R_{ц} + r_{м}) \cdot s} + \tau_{тр,м} \frac{\pi \cdot r_{м}}{2 \cdot s} = \\ &= \beta \ln \frac{R_{н}}{R_{ц}} \sigma_{пл0} + \beta \ln \frac{R_{н}}{R_{ц}} \sigma_{пл0} a \left( \frac{D_{вих} - D_{\phi}}{D_{вих}} 100 \right)^{n1} + \sigma_{пл0} \left( \frac{s}{2 \cdot r_{м} + s} \right) + \\ &+ \sigma_{пл0} \left( \frac{s}{2 \cdot r_{м} + s} \right) a \left( \frac{D_{вих} - D_{\phi}}{D_{вих}} 100 \right)^{n1} + \frac{f_{тр} \cdot Q_{пр}}{\pi \cdot (R_{ц} + r_{м}) \cdot s} + \tau_{тр,м} \frac{\pi \cdot r_{м}}{2 \cdot s} = \\ &= \beta \ln \frac{R_{н}}{R_{ц}} \sigma_{пл0} + \sigma_{пл0} a \left( \frac{D_{вих} - D_{\phi}}{D_{вих}} 100 \right)^{n1} + \sigma_{пл0} \left( \frac{s}{2 \cdot r_{м} + s} \right) + \\ &\left( \beta \ln \frac{R_{н}}{R_{ц}} + \frac{s}{2 \cdot r_{м} + s} \right) \frac{f_{тр} \cdot Q_{пр}}{\pi \cdot (R_{ц} + r_{м}) \cdot s} + \tau_{тр,м} \frac{\pi \cdot r_{м}}{2 \cdot s} \end{aligned} \quad (29)$$

Рівняння (29) встановлює взаємозв'язок між напругою в стінці склянки або, що теж саме, між зусиллям штампування та характеристиками матеріалу при заданих зусиллях притиску та умовах тертя.

У момент розриву  $\sigma_{заг} = \sigma_{рmax} \geq \sigma_{в,н}$ . З рівняння (29) знаходимо:

$$\begin{aligned} \left( \frac{D_{вих} - D_{\phi}}{D_{вих}} 100 \right)^{n1} &= \sigma_{в,н} - \beta \ln \frac{R_{н}}{R_{ц}} \sigma_{пл0} - \sigma_{пл0} \left( \frac{s}{2 \cdot r_{м} + s} \right) - \frac{f_{тр} \cdot Q_{пр}}{\pi \cdot (R_{ц} + r_{м}) \cdot s} - \\ - \tau_{тр,м} \frac{\pi \cdot r_{м}}{2 \cdot s} / \sigma_{пл0} a \left( \beta \ln \frac{R_{н}}{R_{ц}} + \frac{s}{2 \cdot r_{м} + s} \right) &= \left[ \sigma_{в,н} - \frac{f_{тр} \cdot Q_{пр}}{\pi \cdot (R_{ц} + r_{м}) \cdot s} - \tau_{тр,м} \frac{\pi \cdot r_{м}}{2 \cdot s} / \right. \\ &\left. / \sigma_{пл0} a \left( \beta \ln \frac{R_{н}}{R_{ц}} + \frac{s}{2 \cdot r_{м} + s} \right) \right] - \frac{1}{a}. \end{aligned}$$

Якщо  $R_{н} = R_{\phi}$ , то після низки перетворень отримуємо:

$$\begin{aligned} \left( \frac{D_{вих} - D_{\phi}}{D_{вих}} 100 \right)^{n1} &= \frac{1}{a} \left( \sigma_{в,н} - \frac{f_{тр} \cdot Q_{пр}}{\pi \cdot (R_{ц} + r_{м}) \cdot s} - \tau_{тр,м} \frac{\pi \cdot r_{м}}{2 \cdot s} / \right. \\ &\left. / \sigma_{пл0} a \left( \beta \ln \frac{R_{н}}{R_{ц}} + \frac{s}{2 \cdot r_{м} + s} \right) \right) - 1. \end{aligned} \quad (30)$$

При визначенні тимчасового опору наклепаного металу  $\sigma_{в,н}$  у формулі (30) при витяжці в момент розриву розглянемо перетин 2-2 (рис. 2).

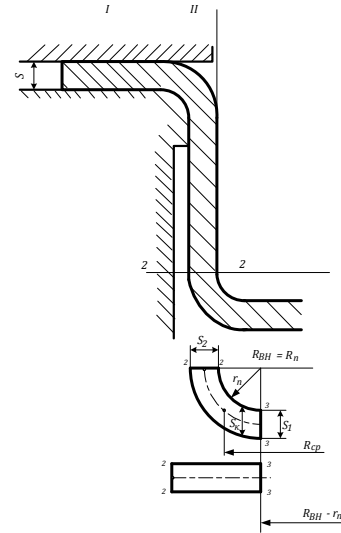


Рис. 2. Схема штампування-витяжки циліндричного стаканчика для визначення тимчасового опору наклепаного металу

Розгорнемо криволінійну ділянку заготівлі в деяку площину і зробимо припущення:

- оскільки зусилля витяжки зростає лише на початок локалізації стоншування в небезпечному перерізі, можна вважати товщину згинального елемента постійною, тобто.  $s_x = s_1 = s_2 = s$ ;

- руйнування по стінці, ближче до дна склянки, відбувається при напрузі рівному напрузі руйнування плоского зразка; деформація вигину в порівнянні з деформацією розтягування незначна, її впливом на  $\sigma_{в}$  нехтуємо, проте вплив наклепу за рахунок витяжки слід врахувати;

- напруга тертя на згині пуансона приймаємо свідомо достатнім для того, щоб небезпечний перетин перемістився від 3-3 до 2-2.

Об'єм елемента, що згинається:

$$V_{зг,е} = \pi R_{сп} s \pi \left( r_{н} + \frac{s}{2} \right), \quad (31)$$

де

$$R_{сп} = (R_{вн} - r_{н}) + \left( r_{н} + \frac{s}{2} \right) \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (32)$$

Об'єм випрямленої ділянки:

$$V_{випр,е} = \pi [ R_x^2 - (R_{вн} - r_{н})^2 ] s. \quad (33)$$

Прирівнявши обсяги  $V_{зг,е} = V_{випр,е}$ , отримуємо:

$$\pi R_{сп} \left( r_{н} + \frac{s}{2} \right) = R_x^2 - (R_{вн} - r_{н})^2. \quad (34)$$

Звідси

$$R_x = \sqrt{\pi R_{сп} \left( r_{н} + \frac{s}{2} \right) + (R_{вн} - r_{н})^2}. \quad (35)$$

Відомо [11], що аналогічно формулі (25)

$$\Sigma_{вн} = \sigma_{в0} + B(\epsilon)^{n'-1}, \quad (36)$$

а ступінь деформації можна подати у вигляді

$$\epsilon = \left[ \frac{R_x - \left( R_{вн} + \frac{s}{2} \right)}{R_x} \right] 100. \quad (37)$$

Підставивши формулу (37) формулу (36), отримаємо значення тимчасового опору наклепаного металу при операції витяжки з граничним коефіцієнтом витяжки.

Вираз (30) можна привести до зручного для вирішення вигляду

$$K_{г,д} = \frac{D_{ex}}{D_{\phi}} = \frac{1}{1-0,01 \left\{ \frac{\sigma_{т,0}}{A} \left[ \frac{\sigma_{в,н} - \frac{Q_{пр} f_{тр}}{\pi(R_u + r_m)s} - \tau_{тр,м}}{2s} \frac{\pi r_m}{2s} \right]^{1/n_1} - 1 \right\}} \quad (38)$$

де  $D_{ex} = D_3$  – діаметр заготівлі;

$D_{\phi}$  – діаметр фланця, що утворився внаслідок неповної витяжки до розриву циліндричного стаканчика;

$\sigma_{т,0}$  – напруга плинності у вихідному стані, що не деформується;

$\sigma_{в,н}$  – тимчасовий опір за ступенем сумарної деформації;

$A, n_1$  – константи, що характеризують інтенсивність зміцнення матеріалу у процесі деформування.

Рівняння (30) та (38) встановлюють взаємозв'язок між характеристиками матеріалу, геометрією інструменту, тертям та граничною деформацією до руйнування виробу.

Розв'язавши рівняння (38), отримаємо коефіцієнт граничної деформації. Вираз (38) є трансцен-

дентним рівнянням (рівнянням, що не є алгебраїчним) щодо аналізованого показника штампування  $K_{г,д}$ . Це рівняння не вирішується явно у елементарних функціях щодо  $\frac{D_{ex}}{D_{\phi}}$ . З необхідним ступенем точності його можна вирішити шляхом послідовних наближень.

Для визначення інтервалів значень  $K_{г,д}$ , відповідним категоріям витяжки сталі за ГОСТ 9045-93 (ГОСТ 9045-93 Прокат тонколистовий холоднокатаний з низьковуглецевої якісної сталі для холодної штампування. Технічні умови), були взяті серії масивів по 20 зразків у кожній категорії витяжки. Помилка визначень  $K_{г,д}$  за такими масивами не перевищувала 0,00172. При обробці не менше п'яти масивів на кожену групу витяжки та товщину листа перекриття значень  $K_{г,д}$  не було виявлено. Методом планування експериментів кількість варіантів (категорія витяжки – товщина) було зменшено до 12. Таким чином було отримано інтервали  $K_{г,д}$  кожної категорії витяжки, наведені у таблиці 1.

Критерій  $K_{п,д}$ , який може бути отриманий експериментально, у разі, коли всі умови дотримані, крім якогось одного, наприклад властивості матеріалу для виду мастила, що застосовується, може з'явитися показником, що оцінює змінну характеристику в порівнянні з відомою. Якщо рівняння (29), (30) і (38) можна використовувати для інженерних розрахунків, то рівняння (29) наочно показує вплив штампування різних чинників. Достовірність розрахунків за вищезазначеними формулами підтверджується прикладом фактичних рішень за допомогою формули (38).

Дані на рішення зведені у таблиці 2.

Як випробуваний матеріал були взяті сталь 08Ю і сталь підвищеної міцності 08ГСЮТ тов-

Таблиця 1

**Залежність коефіцієнта граничної деформації від товщини та категорії витяжки листа**

s, мм	Інтервали значень для категорій витяжки			
	ДГ	СВ	ОСВ	ДОСВ
0,5	1,003...1,007	1,008...1,022	1,123...1,038	1,039...1,061
0,6	1,013...1,017	1,018...1,032	1,033...1,057	1,058...1,070
0,7	1,020...1,030	1,031...1,049	1,050...1,087	1,088...1,100
0,8	1,035...1,045	1,046...1,074	1,075...1,105	1,106...1,136
0,9	1,055...1,065	1,066...1,094	1,095...1,125	1,126...1,174
1,0	1,065...1,095	1,096...1,124	1,125...1,135	1,136...1,184
1,1	1,085...1,105	1,106...1,134	1,135...1,155	1,156...1,194
1,2	1,095...1,115	1,116...1,148	1,149...1,171	1,172...1,204
1,3	1,105...1,125	1,126...1,160	1,161...1,189	1,190...1,210
1,4	1,115...1,135	1,136...1,175	1,176...1,204	1,205...1,225
1,5	1,127...1,147	1,148...1,188	1,189...1,211	1,212...1,228
1,6	1,137...1,163	1,164...1,196	1,197...1,223	1,224...1,236

Примітка: ДГ – дуже глибока витяжка; СВ – складна витяжка; ОСВ – особливо складна витяжка; ДОСВ – дуже особливо складна витяжка.

Таблиця 2

Дані для розрахунку коефіцієнта граничної деформації  $K_{г.д}$  за емпіричною формулою (38)

Данні до розрахунку	Марка сталі	
	08Ю (ОСВ)	08ГСЮТ
$\sigma_{цл}$ , МПа	195	300
$\sigma_{в}$ , МПа	342	455
$\sigma_{вн}$ , МПа	443	572
A	39	71
n1	0,583	0,143
B	8,00	13,46
n'1	0,937	0,800
$Q_{пр}$ , Н	13600	13600
$F_{тр}$	0,15	0,15
$\tau_{тр}$ , МПа	15	17
$D_{ц}$ , мм	59,0	59,0
s, мм	1,0	1,0
$r_m$ , мм	8,0	8,0
$D_{ф}$ , мм	104,1	107,0
Масило, що застосовується	I-50	I-50

Примітка: Емпірична формула – математичне рівняння, отримане досвідченим шляхом, методом проб і помилок або як наближена формула з експериментальних даних.

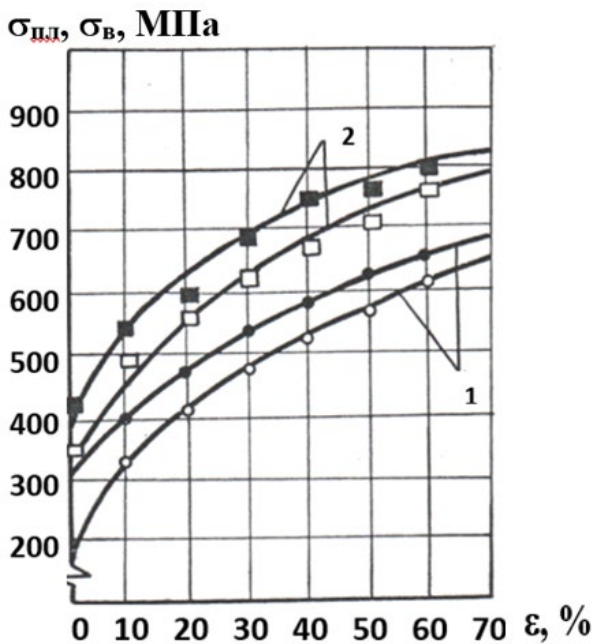


Рис. 3. Залежність міцності сталей від ступеня деформації

□ –  $\sigma_{цл}$ ; ● –  $\sigma_{в}$ ; 1 – стал 08Ю; 2 – стал 08ГСЮТ

щиною 1,0 мм. У дослідженні використовувалося мастило I-50. Постійні коефіцієнти рівнянь (27) та (36) – A, B, n1 та n'1 за методиками апроксимації кривих зміцнення металів [3, с. 80; 8, с. 60] за дійсними кривими зміцнення для цих сталей (рис. 3).

Ступінь деформації для визначення тимчасового опору наклепаного металу за формулою (36) обчислювалася за формулою (37) і дорівнює 15%, тоді для сталі 08Ю

$$\sigma_{вн} = \sigma_{в0} + B(\epsilon)^{n'1} = 342 + 8 \cdot 15^{0,937} = 443 \text{ МПа,}$$

а для сталі 08ГСЮТ

$$\sigma_{вн} = \sigma_{в0} + B(\epsilon)^{n'1} = 455 + 13,46 \cdot 15^{0,8} = 572 \text{ МПа.}$$

Для сталі 08Ю за формулою (38)  $K_{г.д} = 1,095$ , для сталі 08ГСЮТ –  $K_{г.д} = 1,064$ .

Експериментально отримані значення  $K_{г.д} = \frac{D_{ц}}{D_{ф}}$  [5, с.12] склали: для сталі 08Ю – 1,104, для сталі 08ГСЮТ – 1,075.

При зменшенні зусилля притиску ( $Q_{пр}$ ), коефіцієнта тертя ( $f_{тр}$ ) та напруги тертя ( $\tau_{тр}$ ), зі зростанням товщини листа (s) та радіуса ( $r_m$ ) збільшується штампування металу, чому відповідає зростання значень  $K_{г.д}$ .

Це послужило обґрунтуванням використання  $K_{г.д}$  в наших експериментах як критерій штампування для операцій глибокої витяжки.

Визначення  $K_{г.д}$  розрахунковим шляхом кожної конкретної партії сталі пов'язані з певними труднощами, оскільки до виконання розрахунків за такою формулою (38) необхідно знати величини меж текучості і міцності по діаграмам зміцнення. Побудова таких діаграм нині проводиться у разі досвідченим даним і дуже трудомістко. У той же час, визначити  $K_{г.д}$  експериментально в результаті технологічної проби на випробувальних машинах досить просто.

Тому за допомогою  $K_{г.д}$  можна отримувати експресну та надійну оцінку витяжних властивостей тонколистових сталей у виробничих умовах.

З метою оптимального діаметру заготовки для випробування штампування по  $K_{г.д}$  необхідно вибрати деякі стандартні розміри, що задовольняють широкому діапазону товщин, що випробовуються стосовно конкретної випробувальної машини. Відомо, що чим ближче габарити зразка до реальної деталі, тим більше буде досягнуто ступеня подібності. З цієї точки зору допустиме застосування пуансона діаметром 30 мм, але явно кращий результат буде отриманий при пуансоні діаметром 50 мм або навіть 100 мм. Виходячи з наявного випробувального обладнання, ми зупинилися на діаметрі 50 мм пуансона.

Визначення оптимального діаметру заготівлі проведемо для середньої з усього діапазону вимірюваних товщин – товщини 1,0 мм.

Випробування має відповідати таким вимогам: – метал повинен штампуватися з розривом за умови будь-якої, в тому числі, і максимально високої якості;

– мастило при штампуванні має бути найбільш доступним і єдиним для всіх випадків.

Для металу, що має максимально можливі пластичні властивості,  $\sigma_t/\sigma_b = 0,55$ , при змашуванні веретенною олією  $f_{тр} = 0,15$  і  $\tau_{тр} = 10$  МПа при  $p = 50$  МПа. При цьому виходить гранична витяжка за формулою (22), що дорівнює  $K_{г.д. гран} = 2,3$ . Ці умови відповідають можливості штампування з урвищем дна при використанні будь-якого за властивостями металу завтовшки 1,0 мм.

Практичний діапазон випробувань охоплює товщину від 0,7 до 1,6 мм. Значення граничного коефіцієнта граничної деформації для товщини, що дорівнює 0,5 мм, свідомо нижче, ніж 2,3. Тому граничний діаметр заготовки, обраної для товщини, що дорівнює 1,0 мм, можна зберегти для всіх менших товщин, так як при цьому у всіх випадках відбуватиметься обрив заготовки, хоча точність методу при цьому дещо впаде.

При більших товщинах бажано мати більший діаметр заготовки (при  $s = 1,6$  мм,  $K_{г.д.} \approx 2,75$  і  $D_{сх}$  буде дорівнює 137,5 мм). Однак при практичній роботі з реальними сталями, як показує досвід, такої зміни вихідного діаметру заготовки не потрібно і з метою уніфікації, і для цих товщин, доцільно виготовляти діаметр вихідної заготовки ( $D_{сх} = D_3$ ) і вирубного штампу, рівним 115 мм.

Переходячи до можливих випадків застосування пуансонів та матриць з іншими розмірами, слід вибрати умови подібності.

Очевидно, задаючись тією ж товщиною, що дорівнює 1,0 мм при інших геометричних розмірах пуансона, необхідно підібрати вихідний діаметр ( $D_{сх}$ ) заготовки таким, щоб руйнування відбувалося при  $D_{сх}/D_\phi = 2,19$ . Отриманий таким чином діаметр заготовки слід, як і попередньому розрахунку, збільшити на 5%.

Незважаючи на використання методу подібності при використанні пуансонів інших діаметрів, теоретична та експериментальна перевірка використаного методу показала його велику надійність, близьку відповідність умовам реаль-

ного штампування, експресність порівняно з відомими.

Була проведена статистична обробка кількості вимірювань діаметра фланця ( $D_\phi$ ) після проведення випробувань на штампування.

Порівнювалися показники точності вимірювального інструменту при  $n = 30$  вимірах і при  $n = 4$  «хрест на хрест» вимірах (два рази в найширшому місці фланця, що вийшов, і два рази у найвужчому, рис. 2 [5, с.12]). Експерименти проводилися з 4-ма заготовками з різного за властивостями листового матеріалу завтовшки 0,8 мм (табл. 3).

Знаходилося середнє арифметичне характеристики, а саме діаметра фланця  $D_\phi$ , при 30 і 4 («хрест на хрест») вимірювання за формулою:

$$D_\phi = \frac{\sum_{i=1}^n D_{\phi i}}{n}, \quad (39)$$

де  $n$  – число випробувань (вимірювань).

Визначали стандартне відхилення  $S$ , що характеризує абсолютне значення мінливості характеристики, чим вона менша, тим точніше згруповані змінні значення навколо середнього арифметичного і тим краще, точніше, середнє арифметичне характеризує варіаційний ряд:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (D_{\phi i} - \bar{D}_\phi)^2}{n-1}}. \quad (40)$$

Відносна варіація ознаки характеризувалася коефіцієнтом варіації:

$$v = \frac{S}{D_\phi} \cdot 100\%. \quad (41)$$

Знаходили середню помилку середнього арифметичного, яка показує, наскільки середнє арифметичне, отримане шляхом вимірювання певної частини сукупності, відхиляється від середньої, яка б вийшла при вимірі всіх одиниць сукупності:

$$m_{\bar{D}_\phi} = \xi \frac{S}{\sqrt{n}}, \quad (42)$$

де  $\xi = 1$  для ймовірності 0,68.

Таблиця 3

Статистичний аналіз точності кількості вимірів діаметра фланця

Марка сталі	Середня арифметична характеристика, $\bar{x}$		Стандартне відхилення, $S$		Середня помилка середнього арифметичного $m_x$		Коефіцієнт варіації, $v$ , %		Коефіцієнт варіації, $P_u$	
	для 30 вимірів	для 4 вимірів	для 30 вимірів	для 4 вимірів	для 30 вимірів	для 4 вимірів	для 30 вимірів	для 4 вимірів	для 30 вимірів	для 4 вимірів
08Ю (1)	94,35	94,13	1,470	2,40	0,268	1,20	1,600	2,50	0,284	1,27
08ГСЮТ	105,22	104,95	0,850	1,35	0,155	0,68	0,810	1,28	0,147	0,65
08Ю (2)	93,90	93,78	1,470	2,20	0,268	1,12	1,570	2,38	0,285	1,19
08ГСЮФ	103,59	103,45	0,988	1,50	0,180	0,75	0,954	1,46	0,174	0,72

Знаючи середню та її помилку можна судити про ступінь надійності результатів випробувань (вимірювань). Для цього визначали показник точності:

$$p_u = \frac{m_{D_\phi}}{D_\phi} \cdot 100\% = \frac{v}{\sqrt{n-1}} \cdot 100\%. \quad (43)$$

Результати наведеної статистичної обробки за наведеними вище формулами показує, що при 30 вимірах фланця,  $n = 30$ , показник точності інструменту  $p_{u,cp}$  дорівнює 0,223%, а при чотирьох вимірах,  $n = 4$ , («хрест на хрест»)  $p_{u,cp}$  становить 0,958%, тобто. надійність результатів вимірювання при  $n = 30$  вище, ніж при  $n = 4$ , проте при  $n = 4$  цей показник суттєво менший за 5%, що забезпечує достатню надійність виміру отриманого фланця «хрест на хрест». Тому для визначення  $K_{гд}$  рекомендується обмежитися чотирма вимірами.

**Висновки.** Експериментальні значення відношення в момент розриву можна оцінювати як здатність матеріалу до витяжки, що характеризується в рівнянні (22), а потім приведену до зручного для вирішення виду (38). Таким чином, гранична деформація моделі в порівняльних випробуваннях дозволяє оцінити як пластичні властивості, так і сумарну дію умов тертя, що виникають у різних режимах і граничною деформацією до руйнування виробу. Тим самим, штампування моделі, в даному випадку циліндричного стаканчика, до моменту розриву, може бути використане як основа методу оцінки листового металу, що штампується. Проведено статистичну обробку кількості вимірювань діаметра фланця ( $D_\phi$ ) після проведення випробувань на штампування. При визначенні  $K_{гд}$  рекомендується обмежитися чотирма вимірами.

### Список літератури:

1. Рудасьов В. Б., Якубовський О. М., Головіна О. В. Сучасні тенденції застосування сталей підвищеної міцності в автомобілебудуванні. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія: технічні науки.* 2022. Т. 33 (72), № 1. С. 12–18. <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2022.1/03>
2. Kobayashi S., Oh S. I., Altan T. Metal forming and the finite-element method. New York: Oxford University Press, 1989. 377 p. [https://api.pageplace.de/preview/DT0400.9780195364576\\_A23604292/preview-9780195364576\\_A23604292.pdf](https://api.pageplace.de/preview/DT0400.9780195364576_A23604292/preview-9780195364576_A23604292.pdf)
3. Hosford W. F., Caddell R. M. Metal forming: mechanics and metallurgy. 4th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. 312 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511811111>
4. Banabic D. Sheet metal forming processes: constitutive modelling and numerical simulation. Berlin: Springer, 2010. 301 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-88113-1>
5. Рудасьов В. Б., Якубовський О. М., Головіна О. В. Зусилля притиску при штампуванні тонколистового прокату із сталей підвищеної міцності. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія: технічні науки.* 2023. Т. 34 (73), № 1. С. 9–17. <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2023.1/02>
6. Рудасьов В. Б., Головіна О. В., Якубовський О. М., Москаленко Г. В. Аналіз умов і напруги тертя при штампуванні тонколистового прокату із сталей підвищеної міцності. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія: технічні науки.* 2024. Т. 35 (74), № 1. С. 6–15. <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2024.1.2/02>
7. Lange K. Handbook of metal forming. New York: McGraw-Hill, 1985. 1230 p. <https://archive.org/details/handbookofmetalf0000unse/page/n5/mode/2up>
8. Marciniak Z., Duncan J. L., Hu S. J. Mechanics of sheet metal forming. 2nd ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2002. 211 p. [https://dl.ojocv.gov.et/admin\\_/book/Mechanics%20of%20Sheet%20Metal%20Forming%2C%20Second%20Edition%20%28%20PDFDrive%20%29.pdf](https://dl.ojocv.gov.et/admin_/book/Mechanics%20of%20Sheet%20Metal%20Forming%2C%20Second%20Edition%20%28%20PDFDrive%20%29.pdf)
9. Hill R. The mathematical theory of plasticity. Oxford: Oxford University Press, 1950. 347 p. <https://ia801502.us.archive.org/4/items/in.ernet.dli.2015.84513/2015.84513.The-Mathematical-Theory-Of-Plasticity.pdf>
10. Davis J. R. Tensile testing. Materials Park: ASM International, 2004. 456 p. <https://ru.scribd.com/doc/97640160/Tensile-Testing>
11. Dieter G. E. Mechanical metallurgy. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1986. 751 p. [https://www.academia.edu/62191867/Mechanical\\_Metallurgy\\_George\\_E\\_Dieter](https://www.academia.edu/62191867/Mechanical_Metallurgy_George_E_Dieter)

### Rudasov V.B., Holovina O.V., Yakubovskiy O.M. STRESS-STRAIN STATE DURING THE STAMPING OF THIN-GAUGE STEELS FOR AUTOMOTIVE COMPONENTS AND ITS RELATIONSHIP TO MATERIAL PROPERTIES

*The paper presents a model of the sheet metal deep drawing process of thin sheet steel used for manufacturing automotive parts. The model allows investigation of the stress–strain state during forming, its relationship with material properties, and calculation of the drawing force and limiting drawing ratio under given material properties and friction conditions.*

*The study considers high-strength low-alloy steels and 08Yu steel. A comparison of properties before and after deformation is carried out. Special attention is paid to identifying deformation zones in a cylindrical element: plastic deformation, bending, elastic deformation, and fracture zones. For each zone, the stress state and its effect on the overall drawing force are determined.*

*The model accounts for normal and tangential stresses in the flange, friction in the flange and at the die radius, bending of the blank, and strain hardening during deformation. Plasticity hypotheses, including the maximum shear stress theory and the energy theory, are applied to describe the transition of the material into the plastic state.*

*The formability of sheet steel is evaluated using a limiting strain coefficient, determined analytically and verified experimentally. The results show good agreement with the real forming process and confirm the reliability of the model. A statistical analysis of flange diameter ( $D_f$ ) measurements after forming tests is also performed.*

*The study demonstrates the influence of material properties, tool design, blank holder force, and friction conditions on drawability, which is important for optimizing forming processes of automotive parts made of high-strength steels.*

**Keywords:** *stress–strain state, material properties, drawing force, limiting drawing ratio, limiting strain coefficient.*

Дата першого надходження статті до видання: 25.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 21.04.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 19.05.2026